Ensayos

Limitaciones del modelo lineal de probabilidad y alternativas de modelación microeconométrica

Resumen

En este artículo se examinan tres métodos para desarrollar modelos de probabilidad para una variable de respuesta binaria: modelo lineal de probabilidad (MLP), modelo Logit y el modelo Probit. Los resultados indican que el modelo lineal de probabilidad no es capaz de dar una respuesta adecuada a los procesos de decisión dicotómica. Por esta razón, se sugiere un planteamiento no lineal de los modelos de elección discreta qué, sin duda, solucionan algunos de los problemas asociados al MLP.

Abstract

Three methods are examined to develop this model of probability for a variable of binary answer: linear model of probability (LMP), model logit and the model probit. The results indicate that the linear model of probability is not able to give a suitable answer to the processes of discreet decision. Therefore a nonlinear exposition of the models of double election is suggested that, without a doubt, will solve some of the associated problems with the LMP.

Résumé

Dans cet article, on examine trois méthodes pour développer des modèles de probabilité pour une variable de réponse binaire : le modèle linéaire de probabilité (MLP), le modèle Logit, et le modèle Probit. Les résultats indiquent que le modèle linéaire de probabilité n'est pas capable de donner une réponse adéquate aux processus de décision dichotomique. C'est pourquoi on suggère la mise en place non linéaire des modèles de choix discret qui, sans aucun doute, apportent une solution à certains problèmes associés au MLP.

* M. C. Norma Edith Alamilla-López
M. E. Sigfredo Arauco Camargo.

Palabras clave: Probabilidad, MLP, modelos Logit y Probit.

Introducción

La respuesta empresarial en una economía global requiere rapidez y eficiencia en la toma de decisiones dada la exacerbada competencia provocada por la integración de mercados y el desarrollo tecnológico (comunicación, electrónica e informática). En este panorama, para que la decisión sea efectiva, debe ser racional.

Los fines u objetivos de la empresa pueden ser múltiples, mantener competitividad, absorber nuevos segmentos de mercados, modernizarse, etc. Para lograr lo anterior se debe de interpretar de manera operativa a la empresa mediante la consecución de valores añadidos en sentido financiero, que se relacionan con la rentabilidad-seguridad y la solvencia-estabilidad, que se derivan de las razones financieras o comparación por cociente de valores con significado para la empresa que sirven para la toma de decisiones. El análisis con base en razones también puede utilizarse para determinar probabilidades y tendencias; señalar los puntos débiles en el negocio y sus principales fallas, siempre que se tenga cuidado en escoger relaciones proporcionales. Alfredo Pérez Harris (2000).

Se desarrolla un planteamiento teórico con la intención de evidenciar

* Profesores Investigadores de la Universidad Tecnológica de la Mixteca

la inconsistencia teórica del MLP. En la primera parte se desarrollan modelos de respuesta binaria presentando primero el Modelo Lineal de Probabilidad (MLP); sin embargo, la forma funcional tiene algunas limitaciones cuando se estima por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), ya que no responden algunos supuestos básicos que lo hagan eficientes. Por ejemplo, el coeficiente de determinación en base a la R^2 tiene un valor limitado en los modelos de respuesta dicotómica, la normalidad de las perturbaciones no asegura que tenga una distribución normal, hay estimaciones no acotadas y puede existir heterocedasticidad. Lo anterior restringe la bondad del MLP. En la segunda parte y dado el inconveniente se sugiere la aplicación de modelos de respuesta binaria como los modelos Logit y Probit; que típicamente son estimados por el método de máxima verosimilitud, debido a que este estimador tiene buenas propiedades. En particular, es asintóticamente eficiente, es decir, es un estimador mas preciso.

En la tercera etapa se ilustra el modelo lineal de probabilidad al caso del grupo Cemex para confirmar la consistencia del modelo Logit y Probit. Finalmente se desarrollan las conclusiones pertinentes.

1. Modelos de elección binaria

En los modelos de elección binaria se supone que los individuos se enfrentan con una elección entre dos alternativas y que la elección depende de características identificables. En esta situación, la variable endógena puede tomar dos valores: $Y_i = \{0,1\}$, y se pretende explicar la elección hecha por el decisor como función de unas variables que le caracterizan y que se denota por x_i, un vector de dimensión *k*.

El propósito de un modelo de elección cualitativa es determinar la probabilidad de que un individuo con un conjunto determinado de atributos hará una elección en lugar de la alternativa. De manera más general, lo que se pretende es encontrar una relación entre un conjunto de atributos que describen a un individuo y la probabilidad de que el individuo hará la elección determinada.

En este trabajo, se considera las variables exógenas pa (prueba ácida) y vtas (ventas) y como variable endógena liq (liquidez).

El primer trabajo teórico que fue desarrollado para estudiar modelos con variables dicotómicas se planteó como una extensión del Modelo lineal general, y dio paso al Modelo Lineal de probabilidad (MLP).

1.1 Modelo lineal de probabilidad (MLP)

Consideremos el siguiente modelo:

$$Y_i = x_i^t \beta + \varepsilon_i ,$$

modelo de este tipo de ecuaciones en donde la variable independiente es dicotómica y es función de las variables explicativas x_i se denomina Modelo lineal de probabilidad.

La distribución de la muestra en este tipo de modelos se caracteriza por mostrar una nube de puntos de tal forma que las observaciones muestrales se dividen en dos subgrupos. Uno de los cuales es el formado por las observaciones en las que ocurrió el hecho objetivo de estudio, es decir cuando $Y_i = 1$, y el otro, por los puntos muestrales en los que no ocurrió, es decir, $Y_i = 0$.

El modelo lineal de probabilidad, se puede interpretar en términos probabilísticos, en el sentido de que un valor concreto de la recta de regresión mide la probabilidad de que ocurra el hecho objetivo de estudio. Es decir, $\hat{Y}_i$ se puede considerar como la estimación de la probabilidad de que ocurra el hecho objetivo de estudio $Y_i = 1$ siguiendo el siguiente criterio: Valores próximos a cero se corresponde con una baja probabilidad de ocurrencia del hecho estudiado (menor cuanto más próximos a cero); mientras que a valores próximos a uno se les asigna una probabilidad elevada de ocurrencia (mayor cuanto más próximos a uno).

Por otro lado, se tiene que

$$E(Y_i \mid x_i) = x_i^t \beta \qquad \textbf{(1)}$$

ya que se supone que $E(\varepsilon_i) = 0$.

Además se tiene que P_i es la probabilidad de que $Y_i = 1$ y $1\text{-}P_i$ es la probabilidad de que $Y_i = 0$. La distribución de Y_i es

$$Y_i \sim Ber(P_i) ,$$

donde

$$f(y_i) = P_i^{y_i} (1 - P_i)^{1-y_i}$$

para $y_i = 0,1$.

$$E(Y_i) = 0(1-P_i) + 1(P_i) = P_i \quad (2)$$

comparando (1) con (2) tenemos que :

$$E(Y_i \mid x_i) = P_i$$

entonces la esperanza condicional de puede interpretarse como la probabilidad condicional de Y_i.
A continuación se demuestra un teorema.

Teorema. $0 \leq P(Y_i) \leq 1$

Demostración. Por axioma de la probabilidad se tiene que $0 \leq P(Y_i)$ además,

$$P(Y_i = y_i) + P(Y_i \neq y_i) = 1$$

entonces

$$P(Y_i = y_i) = 1 - P(Y_i \neq y_i)$$

otra vez por axioma tenemos que

$$0 \leq P(Y_i \neq y_i),$$

por lo tanto

$$P(Y_i = y_i) \leq 1.$$

Esto nos indica que el valor esperado condicional de Y_i dado x_i tendría que estar entre 0 y 1, es decir

$$0 \leq E(Y_i \mid x_i) \leq 1.$$

Dado el modelo 1 ¿Porque no utilizar el método estándar de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? Veamos algunos problemas a los que se enfrenta esta situación:

A. No normalidad de las perturbaciones ε_i

Para MCO no es necesario suponer que los ε_i son normales, sin embargo se supone así para efectos de inferencia estadística (estimación, contraste, etc). Sin embargo el supuesto de normalidad no es válido para los MLP debido a que como ocurre con los Y_i, los ε_i toma sólo dos valores ya que:

$$\varepsilon_i = Y_i - x_i^t \beta,$$

cuando $Y_i = 1$, $\varepsilon_i = 1 - x_i^t \beta$ y cuando $Y_i = 0$, $\varepsilon_i = -x_i^t \beta$, entonces no podemos suponer que los ε_i están normalmente distribuidos.

B. Varianza heterocedástica de los errores ε_i

Aunque $E(\varepsilon_i) = 0$ y $E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0$ para $i \neq j$, no se puede satisfacer la condición de que las perturbaciones ε_i sean homocedásticas. Tenemos que

Y_i	ε_i	Probabilidad
1	$1 - x_i^t \beta$	P_i
0	$-x_i^t \beta$	1- P_i

Por definición

$$Var(\varepsilon_i) = E\{[\varepsilon_i - E(\varepsilon_i)]^2\}$$
$$= E[\varepsilon_i^2 - 2\varepsilon_i E(\varepsilon_i) + E^2(\varepsilon_i)] = E(\varepsilon_i^2),$$

entonces

$$E(\varepsilon_i^2) = \varepsilon_1^2 P(\varepsilon_1) + \varepsilon_2^2 P(\varepsilon_2),$$
$$= (-x_i^t \beta)^2 (1 - P_i) + (1 - x_i^t \beta)^2 P_i$$

pero

$$E(\varepsilon_i^2) = (-x_i^t \beta)^2 (1 - x_i^t \beta) + (1 - x_i^t \beta)^2 (x_i^t \beta)$$

de aquí tenemos que

$$E(\varepsilon_i^2) = (x_i^t \beta)(1 - x_i^t \beta)[x_i^t \beta + 1 - x_i^t \beta]$$
$$= (x_i^t \beta)(1 - x_i^t \beta)$$

por lo tanto

$$E(\varepsilon_i^2) = E(Y_i \mid x_i)[1 - E(Y_i \mid x_i)]$$
$$= P_i(1 - P_i)$$

Aquí vemos claramente que la varianza de ε_i depende del vector de características por lo que no son varianza homocedásticas (iguales) si no heterocedásticas.

Se sabe que en presencia de heterocedasticidad, los estimadores de MCO a pesar de ser insesgados no son eficientes (estimadores insesgados de mínima varianza).

C. El hecho que no se cumpla

$$0 \leq E(Y_i \mid x_i) \leq 1$$

Dado que $E(Y \mid x)$ en los modelos de probabilidad lineal mide la probabilidad condicional de que ocurra el evento Y dado x, dicha esperanza debería estar necesariamente comprendida entre 0 y 1. Aunque esto es verdad a priori, no se puede garantizar que $\hat{Y}_i$, los estimadores de $E(Y \mid x)$, cumplan necesariamente esta restricción, lo que constituye el mayor problema de la estimación utilizando MCO del MPL.

Existen dos métodos para saber si los estimadores $\hat{Y}_i$ están efectivamente entre 0 y 1:

a) El primero consiste en estimar el MPL por el método de MCO y ver si los $\hat{Y}_i$ se encuentran entre 0 y 1

b) Diseñar una técnica de estimación que garantice que las probabilidades condicionales estimadas estén entre 0 y 1.

D. Valor cuestionable del R^2 como medida de la bondad del ajuste.

El coeficiente de correlación lineal R^2, considerado convencionalmente tiene un valor limitado en los modelos de respuestas dicotómicas.

Cada coeficiente de la pendiente proporciona la tasa de cambio que experimenta la probabilidad condicional del evento que está aumentando ante un cambio dado en una unidad en el valor de la variable explicativa.

En el MPL se asume que $P_i = E(Y = 1 \mid x)$ aumenta linealmente con x, lo cual implica que el incremento marginal o incremental de x permanece constante todo el tiempo.

Se requiere de un modelo (probabilistico) que tenga las siguientes características:

1) A medida que x_i aumenta, $P_i = E(Y = 1 \mid x)$ aumenta, pero nunca se sitúa fuera del intervalo [0,1]

2) La relación entre x_i y P_i no es lineal, es decir, “que se acerque a cero a tasas cada vez menores a medida que x_i se hace pequeña y que se acerque a las velocidades cada vez más lentas a medida que x_i se hace grande” (John Aldrich y Forrest Nelson).

Cualquier distribución de probabilidad acumulada reúne esta condición. Por razones históricas como también prácticas, la FDA que se escogen comúnmente para representar los modelos de respuesta 0-1 son : 1) funciones logísticas 2) funciones normales, donde la primera da origen al modelo Logit y la segunda al modelo Probit.

2. Modelos Probit y Logit

Dadas las dificultades asociadas con el modelo lineal de probabilidad, es natural transformar el modelo original de tal forma que las predicciones caigan en el intervalo [0,1]. Es decir, para asegurar que P caiga entre 0 y 1, se requiere una función monótona positiva que mapee el predictor lineal $\eta = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 = x^t \beta$ al intervalo [0,1]. Entonces debería adoptarse un modelo bajo el cual los valores de P_i estén restringidos al intervalo [0,1]. Una forma muy conveniente de restringir la forma funcional es la siguiente:

$$P_i(\eta_i) = F(x_i^t \beta)$$

en donde $F(\cdot)$ es una función de distribución acumulada (FDA). La cual es una función diferenciable monótona creciente con dominio $\Re$ y rango [0,1].

El modelo no lineal sería el siguiente:

$$Y_i = F(x_i^t \beta) + \varepsilon_i ,$$

con

$$\varepsilon_i = E(Y_i \mid x_i) - F(x_i^t \beta).$$

Algunas características de la función $F(x_i^t \beta)$:

1. Obviamente se trata de una función no lineal, pero una muy particular, en el sentido de que las variables exógenas afectan la variable endógena a través de un índice lineal $x_i^t \beta$, que luego es transformado por la función $F(\cdot)$ de manera tal que los valores de la misma sean consistentes con los de una probabilidad.

2. ¿Cómo elegir la función $F(\cdot)$?

La función de distribución acumulada de cualquier variable aleatoria continua tiene la propiedad de $F(\cdot)$.

Primeramente, si se elige a $F(\cdot)$ como la distribución uniforme acumulada entonces obtenemos la construcción del modelo de probabilidad lineal.

Aunque son posibles varias alternativas de la FDA, sólo se considerarán dos: la normal y la logística.

El modelo de probabilidad probit se asocia con la función de distribución normal acumulada.

$$\pi_i = \Phi(x_i^t\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x_i^t\beta} e^{-\frac{Z^2}{2}}$$

donde Z es la variable normal estándar, es decir $Z \sim N(0,1)$.

Además se tiene que:

$$\pi_i = \Phi(x_i^t\beta) \Rightarrow \Phi^{-1}(\pi) = x_i^t\beta.$$

Usando la distribución logística $\Lambda(\cdot)$ se produce el modelo logit lineal.

$$\pi_i = \Lambda(x_i^t\beta) = \frac{1}{1+e^{-x_i^t\beta}} = \frac{e^{x_i^t\beta}\ \mathrm{dZ}}{1+e^{x_i^t\beta}}$$

La figura 1 muestra las gráficas de las distribuciones normal y logística.

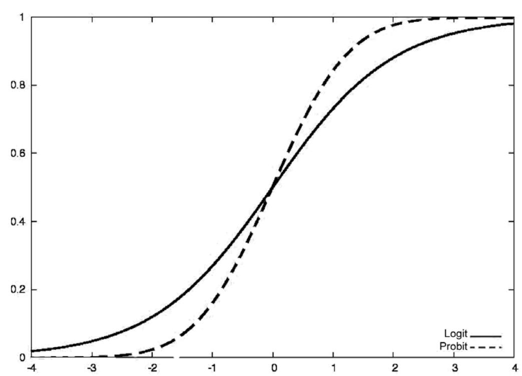


FIG. 1. DISTRIBUCIÓN ACUMULADA NORMAL Y LOGÍSTICA.

Las diferencias básicas entre estas dos funciones con forma de "S" invertida, residen en el comportamiento de las colas, esto es, para valores próximos a 0 o a 1, tal como puede apreciarse en la figura 1.

Dada la similitud existente entre las curvas de la normal acumulada y de la acumulada logística, los resultados estimados por ambos modelos no difieren mucho entre sí, ya que puede apreciarse en la figura 1 que discrepan, únicamente en la rapidez con que las curvas se aproximan a los valores extremos y por lo tanto la función logística es mas achatada que la normal, al alcanzar esta última más rápidamente los valores extremos, 0 y 1.

A pesar de su similitud, existen dos razones prácticas que aventajan al modelo Logit:

1. Simplicidad: la ecuación de la FDA logística es muy simple, mientras que la FDA normal involucra una integral que no es fácil de evaluar.

2. Interpretabilidad: Una interpretación más sencilla del parámetro estimado es la que se obtiene a través de la linealización del modelo.

$$\ln\left(\frac{\pi_i}{1-\pi_i}\right) = \ln\left(\frac{\frac{1}{1+e^{-x_i^t\beta}}}{1-\frac{1}{1+e^{-x_i^t\beta}}}\right) = \ln\left(\frac{\frac{e^{x_i^t\beta}}{1+e^{x_i^t\beta}}}{\frac{1}{1+e^{x_i^t\beta}}}\right)$$

$$= \ln(e^{x_i^t\beta}) = x_i^t\beta$$

Al cociente entre la probabilidad de que ocurra un hecho frente a la probabilidad de que no suceda, se le denomina "odds ratio". Su interpretación es la preferencia de la opción 1 frente a la opción 0, es decir, el número de veces que es más probable que ocurra un fenómeno frente a que no ocurra.

$$\text{Odds ratio} = \ln\left(\frac{\pi_i}{1-\pi_i}\right).$$

Dada un variable aleatoria, caracterizada por unos parámetros, y dada una muestra poblacional, se consideran estimadores Máximo-Verosímiles de los parámetros de una población determinada, aquellos valores de los parámetros que generarían con mayor probabilidad la muestra observada. Es decir, los estimadores Máximo-Verosímiles son aquellos valores para los cuales la función de densidad conjunta (o función de verosimilitud) alcanza un máximo.

Estimación de los parámetros en el modelo Probit.

En el caso del modelo Probit, la función de verosimilitud es:

$$L = \prod_{i=1}^{n}\left[\Phi\left(x_i^t\beta\right)\right]^{Y_i}\left[1-\Phi\left(x_i^t\beta\right)\right]^{1-Y_i}$$

aquí puede apreciarse que, para cada individuo *i*, el termino correspondiente en la función de verosimilitud es, simplemente, $\Phi(x_i^t\beta)$ ó $1-\Phi(x_i^t\beta)$, dependiendo de que $Y_i = 1$ ó $Y_i = 0$. Por tanto, considerando el logaritmo de la verosimilitud se tiene que:

$$\ln L = \sum_{i=1}^{n} Y_i \ln\left[\Phi(x_i^t\beta)\right] + \sum (1-Y_i)\ln\left[1-\Phi(x_i^t\beta)\right]$$

y, calculando derivadas con respecto al vector β, se tienen que

$$\frac{\partial \ln L}{\partial\beta} = \sum_{i=1}^{n} Y_i \frac{f(x_i^t\beta)}{\Phi(x_i^t\beta)} x_i + \sum_{i=1}^{n} (1-Y_i)\frac{-f(x_i^t\beta)}{1-\Phi(x_i^t\beta)} = 0$$

donde $f(x_i^t\beta) = \Phi'(x_i^t\beta)$

o, equivalentemente

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{Y_i - \Phi(x_i^t\beta)}{\Phi(x_i^t\beta)\left[1-\Phi(x_i^t\beta)\right]} f(x_i^t\beta) x_i = 0$$

El cual se trata de un sistema de k- ecuaciones no lineales.

Estimación de los parámetros en el modelo Logit.

Suponiendo que las observaciones son independientes, la función de densidad conjunta de las variables dicotómicas Y_i queda como:

$$L = \prod_{Y_i=1} F(x_i^t\beta) \prod_{Y_i=0} \left[1-F(x_i^t\beta)\right] = \frac{e^{\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i (x_i^t\beta)\right)}}{\prod_{i=1}^{n}\left(1+e^{x_i^t\beta}\right)}$$

o, lo que es lo mismo:

$$\ln L = \sum_{i=1}^{n} Y_i (x_i^t\beta) - \sum_{i=1}^{n} Ln\ (1+e^{x_i^t\beta})$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left[(Y_i x_i^t)\beta - \ln\ (1+e^{x_i^t\beta})\right]$$

y denotando por $Z^t = \sum_{i=1}^{n} Y_i x_i^t$, un vector fila $1xk$, se tiene:

$$\ln L = Z^t\beta - \sum_{i=1}^{n} Ln\ (1+e^{x_i^t\beta}),$$

y,

$$\frac{\partial \ln L}{\partial\beta} = Z - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i e^{x_i^t\beta}}{1+e^{x_i^t\beta}} = 0.$$

El cual se trata de un sistema de k-ecuaciones no lineales por lo que es necesario aplicar un método iterativo o algoritmo de optimización que permita la convergencia de los estimadores.

3. Aplicación al caso del grupo Cemex

El problema de la decisión entre dos o mas alternativas implica el planteamiento de un modelo que considera una variable dependiente que no es cuantitativa, es decir, no tiene un valor concreto, sino que es cualitativa, y se codifica mediante dígitos o categorías, lo que implica elaborar el MLP y modelos binarios.

3.1 Aplicando el modelo MLP

Especificación del Modelo Lineal de Probabilidad (MLP) un individuo se va a enfrentar a un proceso de decisión entre dos alternativas 0 y 1

$$Y_i = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

La especificación de la decisión se establecería a través de la ecuación:

$$\Pr ob\ (Y=1) = x_i^t\beta$$

Por lo tanto el MLP quedaría especificado de la siguiente manera:

$$Y_i = x_i^t\beta + \varepsilon$$

Con el fin de estudiar la decisión operativa de mayor inventario o mayor liquidez del Grupo Cemex, se dispone de datos financieros de 1996 al 2004 de forma trimestral que genera 36 datos como ventas (vtas) y una razón financiera llamada prueba del ácido (pa). Se diseña un modelo simple, que se relaciona, a través de una ecuación de comportamiento, una variable endógena que indica un hecho o suceso que va a tomar dos valores (1,0) para tomar una decisión que beneficie a la empresa.

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{1i} + \beta_3 x_{2i} + \varepsilon_i$$

donde:

x_{1i} es una razón financiera denominada la prueba del ácido es decir, Ratios de liquidez que proporcionan una idea sobre la capacidad financiera de la empresa para afrontar los compromisos de pagos contraídos por operaciones de financiación ajena, con vencimiento a corto plazo.

x_{2i} se refiere a la variable ventas, es decir, volumen de venta que mantiene la empresa.

Y_i liquidez, toma dos valores:

1 tomar una decisión operativa a partir de la existencia de liquidez

0 tomar una decisión operativa a partir de la no existencia de liquidez

ε_i es una variable estocástica.

Consideramos variable endógena a la variable liquidez (liq), mientras que las variables prueban del ácido (pa) y ventas (vtas) son las variables exógenas. Haciendo un análisis en E-Views considerando el MLP, y aplicando el método de MCO a las 33 observaciones correspondientes a las variables involucradas en el modelo, para los trimestres 199:1 al 2007:1, el modelo estimado se presenta entonces de la siguiente manera:

$$\hat{Y} = -1.112079088 + 1.948569704*pa + 1.198035913e\text{-}07*vtas$$

Se puede comprobar que todos los coeficientes presentan los signos esperados, la interpretación de los coeficientes de regresión es clara, ya que el valor del coeficiente 1.95 asociado a la variable pa indica, que manteniendo el resto de las condiciones iguales, un incremento unitario en la rotación de liquidez en la variable pa, provocará un incremento de la probabilidad igual a 1.95 en término medio para que la empresa disponga de recursos, igual sucede con la variable ventas con un valor de 1.20.

La validación estadística del modelo mediante el coeficiente de determinación resultó ser del 0.69. Esto quiere decir que el comportamiento de la liquidez viene explicado en 69% por el núcleo del modelo, dejando un 31% a las variables no incluidas. En este caso, el núcleo del modelo está compuesto por dos variables Prueba del ácido y ventas de la empresa. La prueba de significancia global a través del estadístico F es de 33.22 el cual es superior al valor de tablas F(k-1;n-k) en donde k es el número de parámetros y *n* es el número de observaciones, a un nivel de significancia del 5%, demostrando que existe una relación altamente significativa entre todas las variables incluidas en el modelo.

La prueba de significación individual, se llevó a cabo mediante el estadístico t (Student) aplicado a cada parámetro estimado. El estadístico t, calculado como el cociente entre el valor estimado del parámetro y su desviación estándar resultó ser de 4.24 y 2.09 para β_2 y β_3 respectivamente. Todos estos valores son superiores al valor en tablas de 1.69 (t, al 5% con *n-k* grados de libertad). Con estos resultados queda demostrado estadísticamente que los valores estimados de los parámetros son significativamente diferentes de cero.

Finalmente para descartar la autocorrelación del modelo se aplica el test de Durbin-Watson, el cálculo del estadístico dio un valor de 1.50 y se comparó con los límites (para $k = 2$ y $n = 33$), inferior 1.32 y superior 1.57de los valores críticos recogidos en la tabla respectiva al 5% se significación. Dado que el valor del estadístico está en la zona de indecisión pero cercano al límite superior de la tabla, quiere decir que no hay evidencia de autocorrelación.

Con base en las pruebas estadísticas mostradas anteriormente, se puede concluir que el modelo planteado explica razonablemente el comportamiento de la liquidez de la empresa en estudio. Sin embargo, para concluir satisfactoriamente este análisis se debe de interpretar cuatro criterios propios de los MCO para sustentar la validez:

A. Estimaciones no acotadas

B. Existencia de heterocedasticidad, que hacen del método MCO ineficientes

C. No normalidad de las perturbaciones

D. El coeficiente de determinación está subestimado, es más pequeño de lo que debería ser.

A. Estimaciones no acotadas: Sometemos el modelo al análisis de las estimaciones no acotadas mediante una representación gráfica de la nube de puntos para el caso de la variable explicativa prueba del ácido se muestra en la figura 2.

FIG. 2. GRAFICA DE LA NUBE DE PUNTOS PA VS LIQUIDEZ

Mientras que el caso de la variable explicativa ventas se muestra en la figura 2.

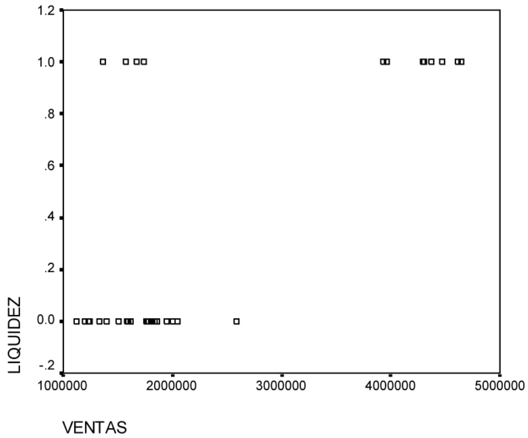
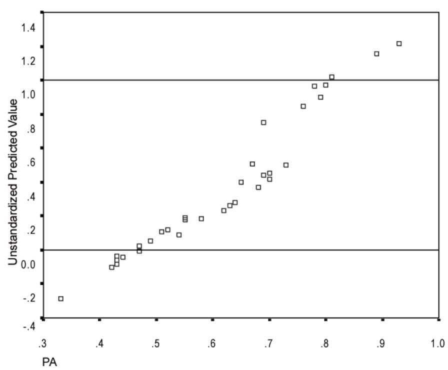
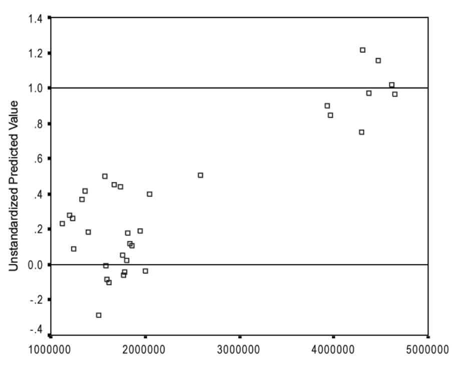


FIG. 3. GRÁFICA DE LA NUBE DE PUNTOS PA VS VENTAS.

Al tratar de ajustar un modelo lineal de probabilidad se produce lo siguiente:

Al graficar los valores predichos no estandarizados se observa que: los valores predichos no caen dentro de los valores de 0 y 1 considerando las dos variables explicativas pa y ventas.





Lo cual nos está mostrando lo dicho teóricamente por el modelo; el valor estimado pueden estar fuera del rango 0-1, esto puede apreciarse en las dos gráficas anteriores. La estimación del MLP a través de MCO no garantiza que los valores estimados de Y_i estén entre 0 y 1, lo cual carece de lógica al interpretar el valor estimado como una probabilidad.

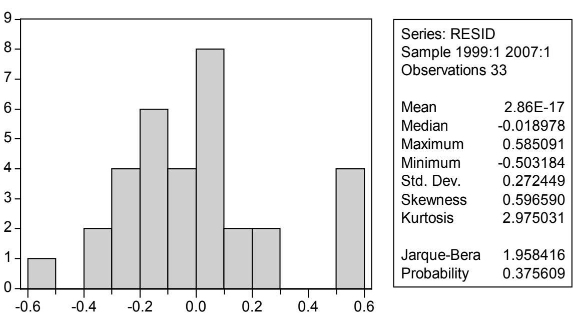
B. Existencia de heterocedasticidad, que hacen del método MCO ineficientes: se va a contrastar la presencia de heterocedasticidad mediante el test de White.

$$\varepsilon_i = P_i(1 - P_i)$$

White Heteroskedasticity Test:			
F-statistic	8.489506	Probability	0.0001299
Obs*R-squared	18.08668	Probability	0.001187

Bajo la hipótesis nula de la homocedasticidad, el estadístico: (número de observaciones)* R^2, se distribuye según χ^2 con k-1 grados de libertad, y siendo k el número de variables regresoras (incluida la constante) en la estimación del modelo. Así, se tiene que: a un nivel de significancia del 5% y 4 grados de libertad el valor en tablas es de 18.15, dado que el valor calculado del test White no es menor que el valor en tablas se rechaza la hipótesis nula de homocedasticidad, por lo tanto se tiene que las perturbaciones son heterocedásticas.

C. No normalidad de las perturbaciones: El contraste de normalidad de las perturbaciones se realizó mediante el test Jarque-Bera sobre el residuo de los modelos estimados



A través del histograma y de los valores de los estadísticos proporcionados, se llega a la conclusión de que los residuos del modelo estimado se distribuyen normalmente. En efecto, el estadístico de Jarque-Bera se distribuye según una χ^2 con dos grados de libertad y se define como: (JB < χ^2) es decir se cumple la condición ya que la 1.9584 < 5.99. Por lo tanto, es normal.

D. El coeficiente de determinación está subestimado, es más pequeño de lo que debería ser. Efectivamente, dado que la suma de los cuadrados de los residuos es más grande de lo habitual afecta a la obtención del coeficiente de determinación. (Bernardi Cabrer Borras, 2001).

$$R^2 = 1 - \left(\frac{(y - x_i^t \hat{\beta})^t (y - x_i^t \hat{\beta})}{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2} \right)$$

En el análisis global de las cuatros razones mencionadas la normalidad sería el único criterio que no especificaría la debilidad del MLP mediante el método de MCO, lo que permite concluir que el MLP no es capaz de dar una respuesta adecuada a los problemas que presentan los procesos de decisión dicotómica. Por esta razón, se hace un planteamiento no lineal de los modelos de elección dicotómica que, sin duda, solucionan algunos de los problemas asociados con MLP.

Al analizar los datos con los modelos probit y logit, tenemos los siguientes resultados.

Al analizar la variable liquidez con los variables pa y vtas, se tiene que el modelo resulta ser no significativo con ninguna de las variables, inclusive resulta que los estimadores máximo verosímiles no existen, esto puede ser debido a la alta correlación que existe entre la variable endógena y la variable exógena pa, por lo que procedimos a correr el modelo sólo con una de las variables: Ventas.

3.2 Aplicando los modelos logit y probit

Al ajustar el modelo Logit a la variable exógena ventas, usando E-Views, las estimaciones que proporciona son:

$$\text{logit}\,(\hat{\pi}_i) = \frac{e^{(-4.604140+1.7\text{E-}06*\text{vtas})}}{1 + e^{(-4.604140+1.7\text{E-}06*\text{vtas})}}$$

Todos los coeficientes del modelo resultan significativos al 95% en función del estadístico de Wald.

Por otro lado, si atendemos a los contrastes basados en los criterios de información de Akaike, Schwarz y de Hannan-Quinn establecen que mientras más bajos sean sus valores mejor será el modelo. En el Software E-View estos criterios tienen valores muy pequeños 0.875820, 0.966517, y 0.906336, respectivamente. A tenor de ellos, podemos decir que el modelo cumple satisfactoriamente este requisito, y que por lo tanto es un buen modelo.

Por otro lado al ajustar el modelo Logit a la variable exógena ventas, usando E-Views, las estimaciones que proporciona son:

$$\Phi^{-1}(\hat{\pi}_i) = -2.709290 + 1.60\,E - 0.6 * vtas$$

por lo tanto

$$\hat{\pi}_i = \Phi(-2.709290 + 1.60\,E - 0.6 * vtas)$$

Todos los coeficientes del modelo resultan significativos al 95% en función del estadístico de Wald. Análogamente a los resultados del modelo Logit, si atendemos a los contrastes basados en los criterios de información de Akaike, Schwarz y de Hannan-Quinn que establecen que mientras más bajos sean sus valores mejor será el modelo, se tiene que los valores que se obtienen son 0.873079, 0.963776, y 0.903595, respectivamente. A tenor de ellos, podemos decir que el modelo cumple satisfactoriamente este requisito, y que lo tanto también es un buen modelo.

Por lo que cualquiera de los dos modelos pueden utilizarse para efecto de inferencia.

Sin embargo, es el modelo Probit el que (ligeramente) mejor explica estadísticamente la relación entre la liquidez y las ventas.

4. Conclusiones

Este estudio examina la aplicación de modelos dicotómicos como los modelos Logit y Probit a partir de las limitaciones del modelo lineal probabilístico en términos teóricos, para posteriormente convalidar la exposición mediante la aplicación de un modelo sencillo de decisión empresarial para el caso de la empresa CEMEX, poniendo a prueba el modelo de decisión en los tres métodos de modelación.

Se partió del análisis del modelo de elección discreta dicotómico más sencillo, el MLP, en el que se estudia su especificación, estimación y limitaciones, dado el señalamiento de sus debilidades se exponen los modelos Logit y Probit. En este caso se revisa su especificación, estimación y la evaluación de la bondad del modelo confirmando teóricamente y empíricamente la consistencia de los modelos para estudios de decisión de tipo empresarial.

De acuerdo con el modelo especificado para la empresa Cemex, su decisión se explica entre otros factores, las ventas y la prueba del ácido, el modelo inicialmente se corre con el método de MCO en el contexto de MLP donde se confirma que dicho modelo no satisface las condiciones de homocedasticidad, estimaciones no acotadas entre 0 y 1 y el coeficiente de estimación es subestimado, razones suficientes para no considerar un ajuste con este modelo.

Lo que permite remplazar el modelo MLP con cualquiera de los modelos de decisión binaria, aquí estudiados, estos tienen mejor ajuste y definición cuando el modelo se hace restrictivo y sólo se considera a la variable ventas como la variable que va a explicar la existencia de liquidez en la empresa en términos dicotómicos.

En ambos casos (modelos Logit y Probit) los resultados son estadísticamente significativos, por tanto, se acepta cualquiera de los dos modelos, dado que existe causalidad en el contexto empresarial ya que se ha representado la probabilidad de tener liquidez para distintos niveles de renta de un potencial incremento o decremento de ventas.

Bibliografía

Akaike, H

1973 Information theory and extensions of the maximum likehood principles. Akademia Kiada: Budapest.

Finney, D.J.

1971 Probit Analysis. Cambrige University Press

Gujarati, D. N.

1995 Basic Econometrics. Ed. McGraw-Hill Inc. 3 edición.

Intriligator, M.D.

1990 Modelos Econométricos, Técnicas y Aplicaciones. Fondo de Cultura Económica S.A. México.

Lawrence J. Gitman

2003 Administración Financiera. Edt. Pearson.

Novales, A.

1993 Econometría, 2da. Ed., McGraw-Hill. US.

Perez Harris, Alfredo

2000 Los Estados Financieros, Su Análisis e Interpretación, ECAFSA, México.

Pulido, A.

1989 Predicción Económica y Empresarial. Pirámide. Madrid, España.